

# EXPERIENCIA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA DE BAJO COSTO PARA LABORATORIO DE CONTROL AUTOMÁTICO

Angel Abusleme H., Aldo Cipriano Z.

Departamento de Ingeniería Eléctrica – Pontificia Universidad Católica de Chile

Vicuña Mackenna 4860 – Casilla 306, Correo 22 – Santiago, Chile

Email: aabuslem@ing.puc.cl

## Resumen

Este trabajo presenta el diseño básico de una experiencia de levitación magnética de bajo costo para ser aplicada en un curso de laboratorio de control automático. La experiencia de levitación magnética, caracterizada por presentar un alto impacto visual en los estudiantes, ilustra en forma práctica y clara diversos aspectos del control automático, tales como modelamiento matemático, simulación, diseño de controladores, sistemas de control en tiempo real e implementación, todo lo anterior aplicado a un proceso altamente no lineal e inherentemente inestable, ideal como ejemplo de estudio.

## Abstract

This paper presents the basic design of a low cost magnetic levitation experience, to be applied in an automatic control laboratory course. The magnetic levitation experience, characterized for providing high impact on students, is a demonstrative and practical way to illustrate various topics of automatic control systems, including mathematical modeling, system simulation, control system design, real time control systems and implementation, applied to a highly nonlinear and unstable process, excellent for exemplification purposes.

**Keywords:** Levitación magnética, educación en control automático, control lineal

## 1. Introducción

Desde sus primeros estudios, la levitación magnética ha sido aplicada naturalmente en numerosos sistemas, como por ejemplo, rodamientos de bajo roce [1], sistemas mecánicos de almacenamiento de energía [2] y sistemas de transporte de alta velocidad [3, 4]. Existen dos principios de levitación que sustentan todas estas aplicaciones: repulsión y atracción. En la levitación por repulsión (*electrodynamic suspension*, EDS), las corrientes inducidas en un cuerpo conductor generan las fuerzas de levitación. Este sistema es estable en su eje vertical, y tiene un punto de equilibrio natural. En la levitación por atracción (*electromagnetic suspension*, EMS), un cuerpo es atraído por un flujo magnético en contra de la gravedad; el equilibrio que se produce entre la fuerza de atracción y la gravedad es inestable, por lo que la levitación por atracción es impracticable sin la ayuda de sistemas de control (teorema de Earnshaw, [5]). Pese a existir gran cantidad de información y trabajos relacionados con proyectos de levitadores [6] y diseño optimizado de un levitador [7], la levitación magnética siempre constituye una demostración de alto impacto visual que permite ilustrar claramente un gran número de temas relacionados con la ingeniería eléctrica, tales

como principios electromagnéticos, estudio y modelamiento de sistemas dinámicos, control de sistemas inestables, etc.

Este trabajo presenta el diseño de una experiencia de bajo costo para un curso de laboratorio de control automático, basada en un sistema de levitación magnética fácilmente realizable. Para el control del sistema, a modo de ejemplo se presenta un controlador PID analógico implementado en hardware, dejando abierta la posibilidad de experimentar posteriormente con sistemas de control más sofisticados implementados en forma digital. Esta experiencia ayuda a los estudiantes a mejorar su comprensión en el modelamiento de sistemas dinámicos y electromecánicos, la simulación de dichos sistemas, el diseño de un controlador en tiempo real para un sistema no lineal inestable y el trabajo con hardware real, utilizando para ello un sistema de bajo costo y capaz de motivar al estudiante mediante una demostración atractiva.

En este trabajo se presenta en primer lugar el modelo matemático de un levitador magnético genérico, analizando su dinámica en forma fenomenológica. Posteriormente se propone una alternativa sencilla de implementación para el hardware del sistema, utilizando componentes electrónicas de muy bajo costo. Luego se diseña un controlador PID básico para el sistema, y se presenta junto con las pruebas de simulación. Posteriormente se analizan los resultados prácticos obtenidos en el levitador real para un sistema de control PID, similar al diseñado previamente, que a modo de ejemplo se realiza en hardware mediante amplificadores operacionales. Finalmente se describe la experiencia propiamente tal, desarrollada para los estudiantes de un curso de laboratorio de control automático. Se analizan las potencialidades de la experiencia y las posibles mejoras que pueden ser aplicadas.

## 2. Modelo Matemático del Levitador

El sistema del levitador se compone básicamente de un electroimán fijo y un objeto levitante dispuesto debajo del primero, según se aprecia en la figura 1.

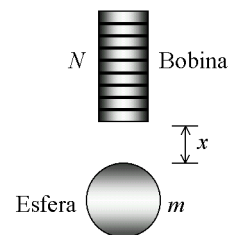


Fig. 1 Esquema del Levitador Magnético

El electroimán o bobina, compuesto por un núcleo cilíndrico de hierro (o material ferromagnético) y un alambre esmaltado enrollado a su alrededor  $N$  veces, es decir, con  $N$  vueltas, puede ser modelado eléctricamente como una inductancia de valor  $L$ . La esfera levitante, compuesta de un material ferromagnético, se caracteriza por su masa  $m$ , su distancia a la bobina  $x$  y su contribución al campo magnético de la bobina. En el caso de  $x=0$ , la inductancia de la bobina presenta su valor máximo de  $L_M+L_S$ ; para  $x=\infty$ , ésta adquiere su valor mínimo  $L_M$ . Por lo tanto, se tiene que la inductancia de la bobina es función decreciente de la distancia  $x$ . Una aproximación sencilla para modelar este comportamiento es mediante la ecuación 1 [7]. En ella,  $a$  es la constante de longitud para el sistema completo:

$$L(x) = L_M + L_S \cdot e^{-\frac{x}{a}} \quad (1)$$

Por otra parte, se tiene que la energía almacenada en la bobina puede expresarse como:

$$W'(i, x) = \frac{1}{2} L(x) \cdot i^2 \quad (2)$$

donde  $i$  es la corriente instantánea que circula por ella. Por lo tanto, es posible obtener la fuerza generada por el electroimán sobre la esfera a partir de la ecuación 2:

$$f(i, x) = \frac{\partial W'(i, x)}{\partial x} = -\frac{L_S}{2a} \cdot i^2 \cdot e^{-\frac{x}{a}} \quad (3)$$

Aplicando esta ecuación al sistema de la figura 1 según las leyes de Newton, y considerando el eje  $X$  como positivo hacia abajo, se tiene la siguiente ecuación diferencial para la dinámica del sistema:

$$\ddot{x} + \frac{L_S}{2ma} \cdot e^{-\frac{x}{a}} \cdot i^2 - g = 0 \quad (4)$$

donde  $g$  es la aceleración de gravedad, parámetro conocido numéricamente. Por otra parte,  $m$  puede ser medido directamente en el objeto levitante, y el resto de los parámetros ( $L_S$ ,  $a$ ) se obtienen de las características electromagnéticas del electroimán.

### 3. Realización del Levitador

El sistema completo del levitador se compone de un sensor de distancia y sus acondicionadores de señal; un electroimán y un objeto levitante; y finalmente, un amplificador de potencia para la corriente de la bobina. En el caso de emplear un controlador genérico, el diagrama de bloques del sistema completo es el que se muestra en la figura 2. Si se quiere emplear este sistema como plataforma de experimentación, es fundamental definir el voltaje de salida del sensor y de entrada para el amplificador de potencia. En el caso de este trabajo, se ha decidido utilizar voltajes entre 0 V y 5 V, fácilmente manejables por cualquier circuito lineal, microcontrolador o tarjeta de adquisición de datos. Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se presenta el diseño y confección de los diferentes bloques del sistema.

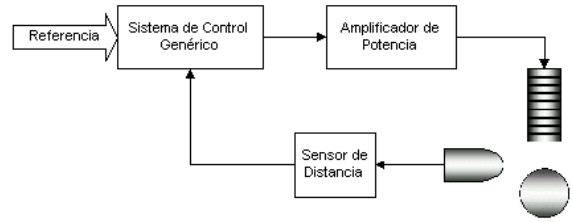


Fig. 2 Diagrama de Bloques del Sistema

#### 3.1 Diseño y Construcción de la Bobina

Si se necesita diseñar una bobina eficiente y optimizada en sus parámetros, puede recurrirse a la referencia [7]. En el caso de este trabajo, la bobina fue diseñada en base a prueba y error, y difiere del óptimo; sin embargo, presenta un excelente funcionamiento para los efectos requeridos. Fue construida empleando un núcleo liso de hierro de 7 mm de diámetro y 56 mm de longitud, en torno al cual un alambre esmaltado está cuidadosamente enrollado 420 veces. Una golilla de acrílico evita que el enrollado se desarme y permite el paso del flujo magnético sin desviarlos. El cuerpo levitante es un cilindro de 7 mm de diámetro y 3 cm de longitud, con una masa aproximada de  $m=0.04$  kg. A través de la bobina puede circular una corriente de 2 A manteniendo su temperatura dentro de límites razonables.

Para obtener los parámetros eléctricos de la bobina, se midió su inductancia para diferentes distancias del cuerpo levitante, obteniéndose el siguiente gráfico, que corresponde a la ecuación 1.

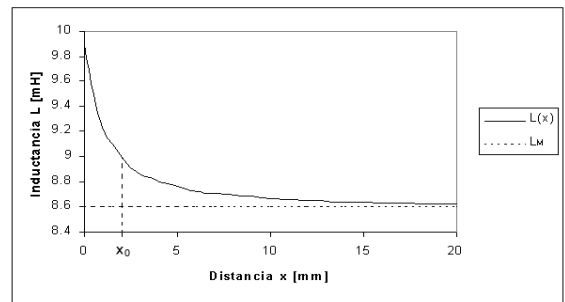


Fig. 3 Inductancia en Función de la Distancia

De la ecuación 3 se deduce que mientras mayor sea la variación de la inductancia, mayor será la fuerza generada. En el gráfico se aprecia que la mayor variación de la inductancia ocurre antes de los 4 mm de distancia, por lo que se limitará la levitación al rango entre 1 mm y 4 mm, considerando como punto de operación  $x_0=2$  mm. Del gráfico además pueden obtenerse los valores de  $a$  y  $L_S$  realizando una regresión. El resultado de esta operación se reemplaza en la ecuación 1, obteniéndose lo siguiente:

$$L(x) = \left( 8.605 + 1.24 \cdot e^{-\frac{x}{0.001735}} \right) \cdot 10^{-3} \quad (5)$$

Esta ecuación está planteada para unidades en el sistema MKS.

Teniendo esta expresión, es posible caracterizar numéricamente el comportamiento del levitador reemplazando sus valores en la ecuación 4, obteniéndose lo siguiente:

$$x + 8.933 \cdot i^2 \cdot e^{-\frac{x}{0.001735}} - 9.8 = 0 \quad (6)$$

Por otra parte, es posible determinar la corriente requerida en la bobina para lograr un equilibrio en el punto de operación de  $x_0=2$  mm (0.002 m), suponiendo que la aceleración es 0 y reemplazando los valores en la ecuación anterior. En este caso, el resultado es  $i_0 = 1.86$  A. A modo de referencia, la curva que grafica la corriente requerida para mantener el equilibrio en cada punto de operación estático se muestra a continuación:

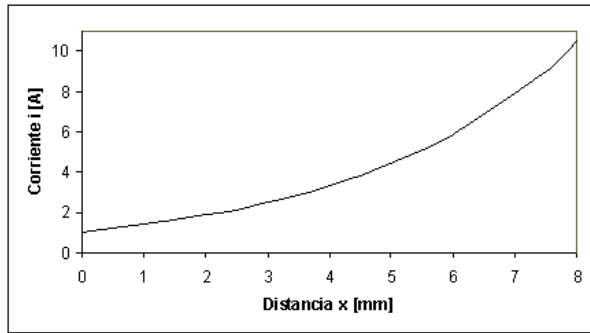


Fig. 4 Corriente en Función de la Distancia para el Equilibrio

### 3.2 Diseño del Sensor de Distancia

Dado que el punto de operación queda limitado por la corriente que circula a través de la bobina, que se recomienda mantener bajo los 3 A, el objeto levitante rara vez podrá guardar una distancia al electroimán mayor que 4 mm mientras se mantenga en equilibrio. Por este motivo, no se requiere un sensor de distancia que opere a una distancia mayor que ésta. Para solucionar el problema del sensor a bajo costo se ha optado por emplear un par emisor-detector infrarrojo operado con corriente continua. Estos dispositivos deben fijarse a ambos lados del conjunto bobina-objeto levitante, a la altura del punto de operación, de modo que el objeto levitante permita el paso de la luz en proporción a su distancia a la bobina, según se aprecia en la figura 5.

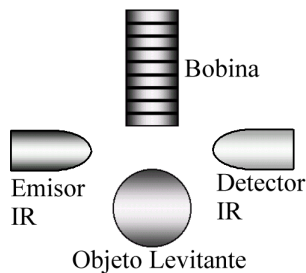


Fig. 5 Esquema del Sensor de Distancia

El emisor IR se alimenta con 5 V empleando una resistencia en serie para limitar el valor de la corriente. Una alternativa de polarización para el detector IR se muestra en la figura 6; en ella,

el amplificador operacional amplifica la señal para que el voltaje en su salida sea 0 V para una distancia  $x = 0$  y 5 V (o saturación) para una distancia de 4 mm. El valor de R4 se ajusta para lograr esta característica. La exactitud y respuesta dinámica de este sensor son sobresalientes, y si bien su gran limitación es el reducido rango de operación, para los propósitos de esta experiencia funciona apropiadamente. La respuesta estática del sensor se grafica en la figura 7.

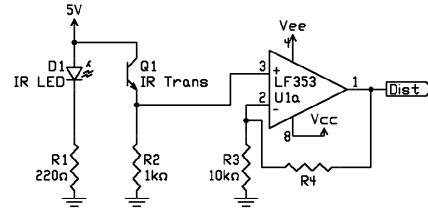


Fig. 6 Esquemático del Circuito Sensor de Distancia

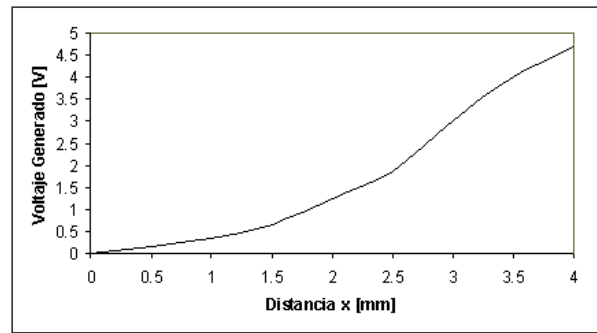


Fig. 7 Respuesta Estática del Sensor de Distancia

### 3.3 Diseño del Amplificador de Potencia

El diseño de un amplificador de potencia de rápida respuesta es fundamental para el desempeño de este sistema. Existen dos principios de amplificación fáciles de ser empleados en este sistema: amplificación por ganancia y amplificación por conmutación. Dadas las características inductivas de la carga, se ha preferido esta última. El amplificador requerido para este sistema debe alimentar la bobina con corriente continua, de valor instantáneo proporcional a un voltaje de referencia que representa la variable manipulada en el sistema de control. Para lograrlo, el circuito requerido es muy sencillo (figura 8). El transistor Darlington opera en saturación y corte, por lo que la bobina será sometida a dos valores de voltaje,  $V_{max}$  y 0 V. La característica inductiva de la bobina causa que la corriente a través de ella sea básicamente proporcional al voltaje entre sus bornes, por lo que al ser sometida a un voltaje máximo, su corriente aumentará rápidamente hasta alcanzar un valor máximo; cuando es sometida a un voltaje nulo, su corriente se descarga a través del diodo D1. De esta forma, actuando sobre el encendido y apagado del transistor, es posible controlar el nivel de corriente que circula por la bobina. Para lograr esto último, se mide la corriente que circula por la bobina mediante el empleo de una resistencia de potencia (R2). Si esta corriente es menor que la referencia de corriente (Ref), el transistor se enciende para aumentarla; en caso de ser mayor, el transistor se apaga y así permite su disminución. Esta acción de control se realiza

mediante el empleo de un comparador de voltajes. La conmutación del transistor se realiza a frecuencias del orden de 1 kHz, lo cual permite un control muy fino de la corriente que circula a través de la bobina, entregándole una referencia de voltaje para su control. Si se requiere cambiar la ganancia del amplificador, sólo se necesita cambiar el valor de R2.

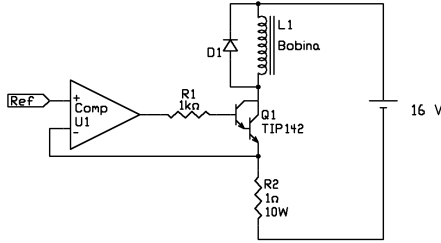


Fig. 8 Esquemático de la Fuente de Potencia

#### 4. Diseño de un Controlador

Teniendo en consideración el modelo matemático del sistema, particularizado para el levitador específico de este trabajo mediante la medición de sus parámetros, es posible diseñar un controlador que logre mantenerlo en forma estable. En este caso, se presenta el diseño de un controlador PID que posteriormente se construye en base a componentes analógicas. Éste es sólo un ejemplo, ya que en esta plataforma de experimentación puede estudiarse cualquier sistema de control mediante técnicas de control digital y sistemas de adquisición de datos.

El primer paso para diseñar un controlador PID es obtener el modelo linealizado y la función de transferencia del proceso. Esto se realiza a través de una aproximación de Taylor de primer orden para la aceleración (obtenida de la ecuación 4) en torno a su punto de operación  $x_0, i_0$ :

$$x = \frac{L_s \cdot i_0 \cdot e^{-\frac{x_0}{a}}}{ma} \cdot \left( \frac{i_0}{2a} x - i \right) \quad (7)$$

Esta ecuación linealizada puede simplificarse si se considera que el punto de operación  $x_0, i_0$  corresponde a un punto de equilibrio inestable según muestra la figura 4. En este caso, ambas constantes son dependientes entre sí, y su relación, expresada en la ecuación 8, se obtiene igualando la aceleración del sistema a 0 en la ecuación 4:

$$i_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot mg \cdot a}{L_s \cdot e^{-\frac{x_0}{a}}}} \quad (8)$$

Reemplazando la ecuación 8 en la 7, se obtiene:

$$x = \frac{g}{a} x - \frac{2g}{i_0} i \quad (9)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación anterior, es posible obtener la función de transferencia del sistema:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-\frac{2g}{i_0}}{s^2 - \frac{g}{a}} \quad (10)$$

La expresión numérica para dicha función de transferencia se muestra a continuación:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-10.5376}{s^2 - 5648.415} \quad (11)$$

La ganancia negativa de la función de transferencia se explica intuitivamente por el hecho de que es necesario aumentar la corriente en la bobina para reducir la distancia del objeto levitante.

La función de transferencia anterior considera sólo el levitador. Si se incluye además la función de transferencia del sensor, linealizada en torno al punto de operación, y sabiendo además que la ganancia del amplificador de potencia es 1, la función de transferencia del sistema completo puede expresarse como:

$$\frac{X_V(s)}{I(s)} = \frac{-13599.82}{s^2 - 5648.415} \quad (12)$$

donde  $X_V$  representa la distancia entre el levitador y el objeto levitante expresada como una señal de voltaje emitida por el sensor. El sistema de control para compensar la inestabilidad del sistema debe ser aplicado a la ecuación 12.

Haciendo un breve análisis en el Lugar Geométrico de las Raíces a dicha ecuación (figura 9), se aprecia que un controlador proporcional mantendrá una de sus raíces en el semiplano positivo o ambas en el eje imaginario, lo cual en el mejor de los casos representa un sistema de control críticamente estable, que en la práctica se hace inestable luego de un corto período de tiempo. La respuesta en el tiempo de un sistema simulado con ganancia 1.5 se aprecia en la figura 10.

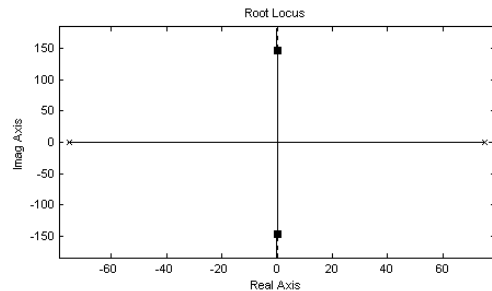


Fig. 9 LGR para Controlador P

Se pueden apreciar importantes oscilaciones en el sistema, y una respuesta que se aleja de la referencia. El mismo análisis puede realizarse para controladores PD, PI y PID. En el primer caso, la respuesta es libre de oscilaciones, pero presenta un error permanente; el segundo caso es muy inestable y tiende a oscilar aumentando su amplitud exponencialmente. El único controlador aceptable es el PID, cuyo Lugar Geométrico de las Raíces corresponde al que se muestra en la figura 11. Según es posible apreciar, existe un conjunto de ganancias para las cuales el

sistema es estable. La respuesta en el tiempo para este sistema, obtenida por simulación para un controlador con parámetros  $k_p=1.5$ ,  $k_i=0.7$  y  $k_d=0.007$ , se aprecia en la figura 12. En ella, la respuesta del sistema tarda algunos segundos en alcanzar la referencia; sin embargo, el control es excelente.

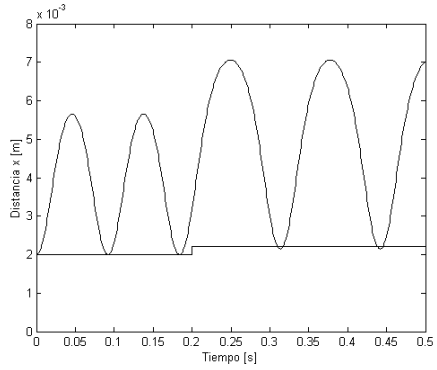


Fig. 10 Respuesta Simulada para Controlador P

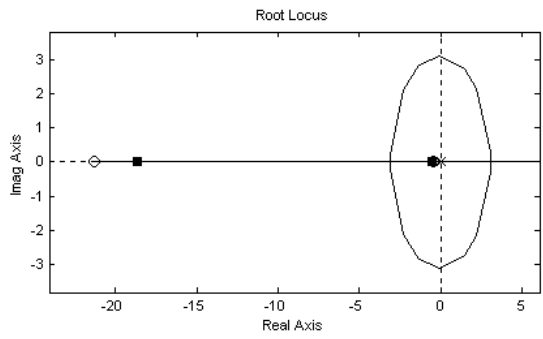


Fig. 11 Lugar Geométrico de las Raíces con Controlador PID

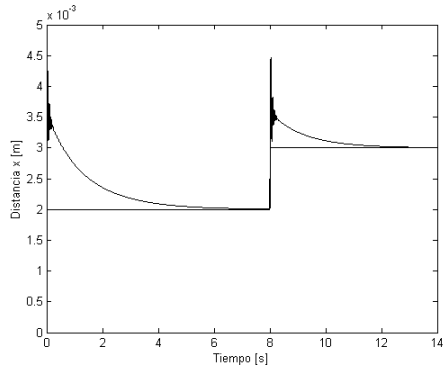


Fig. 12 Respuesta Simulada para Controlador PID

### 5. Pruebas Reales del Sistema

Tal como se expresó anteriormente, esta plataforma permitió probar a modo de ejemplo el desempeño de un controlador PID analógico, construido mediante amplificadores operacionales. La sintonización del controlador se realizó a partir del controlador

obtenido en las pruebas de simulación. Los valores de sus ganancias son  $k_p=1.5$ ,  $k_i=0.668$  y  $k_d=0.0069$ . El circuito del controlador se muestra en la figura 13.

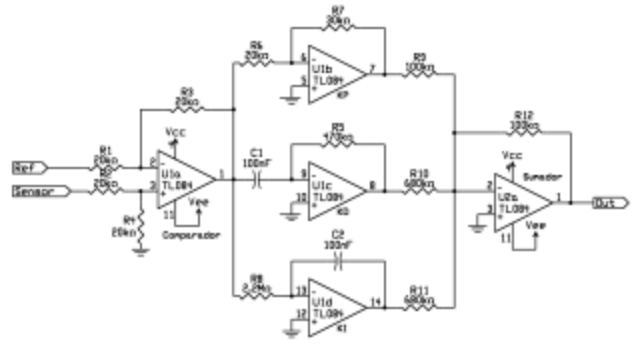


Fig. 13 Esquemático del Controlador PID

Este sistema fue probado empleando un osciloscopio Tektronix TDS 210 como sistema de adquisición de datos, y los resultados de las distintas pruebas (P, PI, PD y PID) se muestran en las figuras 14, 15, 16 y 17. En ellas se comprueba la validez del modelo matemático obtenido y la similitud entre las respuestas simuladas y reales. Con estos resultados se demuestra que el proceso puede ser controlado apropiadamente, y que en el diseño de un controlador es posible estudiar didácticamente sus características de estabilidad.

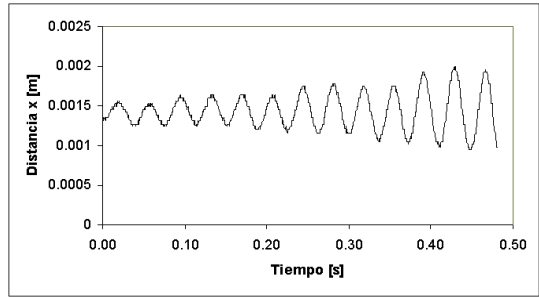


Fig. 14 Respuesta Real para Controlador P

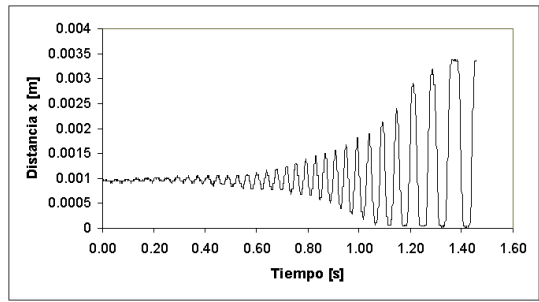


Fig. 15 Respuesta Real para Controlador PI

Particularmente, se comprueba que con controlador proporcional no se obtiene un comportamiento estable del sistema realimentado. El controlador PI, agregando un polo en el origen y un cero en el semiplano izquierdo, mantiene dos raíces del sistema en el semiplano derecho, llevando el sistema

realimentado a una peor condición de estabilidad. El controlador PD, que sólo agrega un cero en el semiplano izquierdo, permite que el sistema se mantenga levitando en forma estable, conservando un error permanente. Finalmente, el controlador PID satisface la condición de estabilidad gracias a la acción derivativa y lleva el error permanente a cero debido a la acción integral.

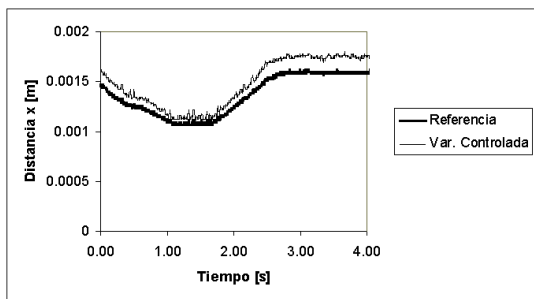


Fig. 16 Respuesta Real para Controlador PD

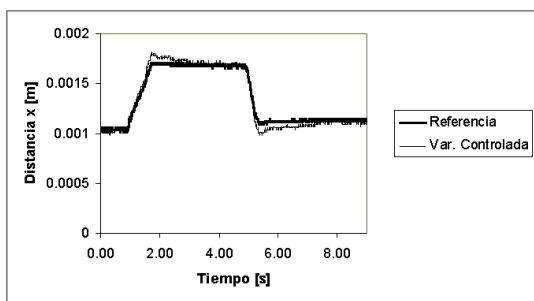


Fig. 17 Respuesta Real para Controlador PID

## 6. Aplicación en Experiencia de Laboratorio

Este sistema ha sido utilizado como experiencia en un curso denominado IEE2682 Laboratorio de Control Automático. La preparación previa por parte de los alumnos consiste en desarrollar el modelo matemático y simular su comportamiento para diferentes sistemas de control automático. En particular, se sintoniza un controlador PID para lograr un adecuado funcionamiento, y se diseña un circuito electrónico capaz de realizar esta función, considerando las características de entrada y salida del sistema.

Una vez en el Laboratorio, los alumnos se encargan de realizar algunas mediciones en el levitador para determinar la ganancia estática del sensor de distancia. Luego se disponen a armar el circuito previamente diseñado, interconectando sus entradas y salidas con el levitador. El circuito se prueba conectando sucesivamente las acciones P, PI, PD y PID, y ajustando levemente los parámetros en cada caso para obtener la mejor respuesta. La respuesta del sistema se mide empleando un osciloscopio digital Tektronix, y posteriormente se envía a un computador para ser almacenada. De este modo, los alumnos aprenden de un modo ilustrativo las características de cada acción de control en un sistema inestable.

Esta experiencia puede ser mejorada implementando un sistema de adquisición de datos que permita controlar el levitador en tiempo real empleando algún software especial, como LabView o Simulink. Esto permitiría estudiar no sólo controladores PID, sino también sistemas de control avanzados, utilizando herramientas computacionales para su diseño y control.

## 7. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado el diseño y desarrollo de una experiencia de levitación magnética aplicable en un laboratorio de control automático. El estudio del sistema, basado en un modelo matemático, permite a los estudiantes aprender acerca de la dinámica de un sistema inestable, facilitando el desarrollo teórico de un controlador apropiado. El controlador puede probarse tanto en simulación como en el sistema real, utilizando para ello un levitador magnético de bajo costo construido según las indicaciones de este trabajo. La experiencia de control es altamente ilustrativa, y permite a los alumnos conocer diversos aspectos de los sistemas de control automático (modelo matemático, sensores, actuadores, diseño e implementación de un controlador, estabilidad, etc.), por lo que en su condición actual se considera muy apropiada para programas de pregrado.

La experiencia puede ser mejorada realizando un mejor diseño de la bobina [7] y aumentando la robustez del sistema, incorporando sensores de temperatura y de corriente en la bobina para mantener su funcionamiento dentro de límites razonables. Si además se utilizara un sistema de adquisición de datos, se podría emplear el levitador como una plataforma de experimentación para el estudio de diversos algoritmos más avanzados de control automático.

## Referencias

- [1] Geary, P. J. "Magnetic and Electric Suspensions", Brit. Sci. Instr. Res. Assoc., 1964.
- [2] Clark, T., A. Kondoleon, M. Thompson, R. Thornton, "Shaftless, magnetically levitated flywheel energy storage system", Aerospace Flywheel Workshop, Albuquerque, NM, Oct. 1998.
- [3] Powell, J. R., G. R. Danby, "High speed transport by magnetically suspended trains", ASME Pub. 66 WA/RR5, Diciembre, 1966.
- [4] Thompson, M. T., "Modeling of HTSC based iron-core flux-canceling electrodynamic suspension for maglev", in Proc. 4<sup>th</sup> Int. Symp. Magn. Suspension Technol. Gifu, Japan: NASA Conf. Pub., 1997.
- [5] Earnshaw, S., "On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether", Trans. Cambridge Philos. Soc., vol. 7, pp. 97-112, 1842.
- [6] Wong, T. H., "Design of a Magnetic Levitation Control System-An Undergraduate Project", IEEE Trans. on Education, Vol. E-29 No. 4, Noviembre de 1986, pp. 196-200.
- [7] Hurley, W. G., W. Wölfle, "Electromagnetic Design of a Magnetic Suspension System", Trans. on Education, Vol. 40, No. 2, Mayo de 1997, pp. 124-130.